



# Die Weibullverteilung

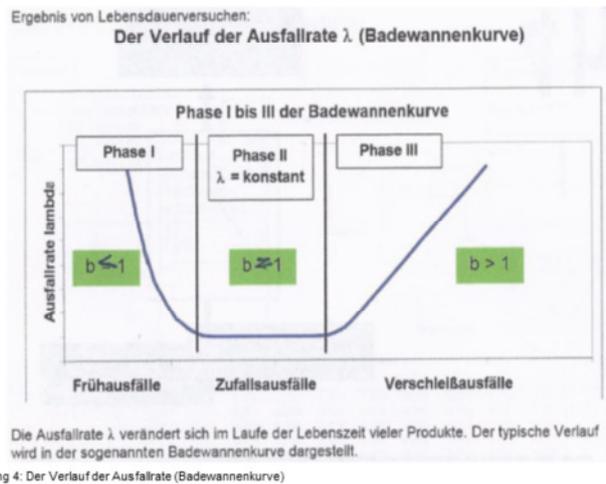
(Zuverlässigkeits-,  
Lebensdaueruntersuchungen)



# Gliederung:

1. Rückblick: Der Verlauf der Ausfallrate
2. Die Weibullverteilung
  1. Die Weibullverteilung und ihre Darstellung
  2. Dichtefunktionen verschiedener Weibullverteilungen
  3. Parameterschätz-Verfahren
    1. Regressionsmethode
      1. Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate
      2. Ermittlung der Näherungswerte

# 1. Rückblick: Der Verlauf der Ausfallrate (Badewannenkurve)



- Eine typische Ausfallrate, wie sie bei vielen technischen Anwendungen zu sehen ist hat die Form einer „Badewanne“, deshalb nennt man diese Kurve auch „Badewannenkurve“.
- mit der Badewannenkurve lässt sich das Ausfallverhalten in drei Phasen einer Badewannenkurve beschreiben
- der Formparameter  $b$  kann dazu genutzt werden, um zu modellieren, ob Früh- oder Spätausfälle häufiger auftreten
- Frühausfälle: (Abnahme bei zunehmender Lebensdauer)
  - könne durch Produktionsfehler zustande kommen
  - die Ausfallrate nimmt zufällig ab
  - Beispiel: Weichlötstellen, die mangels Flussmittel Kaltlötstellen sind, haben zwar bei der Inbetriebnahme Kontakt, gehen aber nach kurzer Zeit zu Bruch (kein Kontakt)
  - $b < 1$
- Zufallsausfälle: (konstante Lebensdauer)
  - es findet fast kein Verschleiß statt
  - die Ausfallrate ist konstant
  - Beispiel: der Totalausfall eines neuen, eingefahrenen PKW (schrottreif) kommt nur als Folge eines Unfalls (Zufall) vor
  - $b = 1$
- Spätausfälle: (Verschleißausfälle)
  - Anstieg bei zunehmender Lebensdauer
  - es kommt zunehmender Alterungsverschleiß zustande
  - die Ausfallrate steigt wieder an
  - Beispiel: Verderben von Lebensmitteln, Verschleiß an Wälzlagern usw.

# 1. Rückblick: Die Exponentialverteilung

Sie erstreckt sich im Zufallsbereich der Badewannenkurve (Phase II). Die Ausfallrate ist konstant und der Formfaktor  $b = 1$ .

Hier gilt:

Ausfallrate	$\lambda = 1/T$
Lebensdauer	$t$
Charakterist. Lebensdauer	$T$
Mittlere Lebensdauer	$t\text{-quer} = T = 1/\lambda = \text{MTBF} = \text{MTTF}$
Überlebenswahrscheinlichkeit	$R(t) = e^{-\lambda \cdot t}$
Ausfallwahrscheinlichkeit	$G(t) = 1 - R(t)$
Ausfalldichte	$g(t) = \lambda \cdot R(t)$
Ursprungs-Gesamtheit	$N$
Zahl der noch intakten Teile	$R = N \cdot R(t)$
Zahl der defekten Teile	$G = N \cdot G(t) = N - R$

$$R(t) = e^{-\lambda \cdot t}$$

Abbildung 5: Die Exponentialverteilung

- erstreckt sich im Zufallsbereich
- die Exponentialverteilung hat deshalb eine besondere theoretische Bedeutung, weil sie eine konstante Ausfallrate aufweist
- dies liegt an ihrer Eigenschaft der Gedächtnislosigkeit
- in der Realität kommt es jedoch häufig zu Ermüdungsausfällen
- ist ein Bauteil lange in betrieb, steigt die Wahrscheinlichkeit, dass es in der nächsten Zeiteinheit ausfällt
- ein derartiger Sachverhalt kann nicht durch die Exponentialverteilung abgebildet werden
- dasselbe gilt für Frühausfälle
- treten Früh- oder Ermüdungsausfälle auf, kann die Weibullverteilung verwendet werden
- treten gehäuft sowohl früh- als auch Ermüdungsfälle auf, nennt man die Funktion der Ausfallrate Badewannenkurve
- die Badewannenkurve ist keine Weibullverteilung

## 2. Die Weibullverteilung

- Asymptotische Extremwertverteilung
- Zuverlässigkeits-, Lebensdaueruntersuchung
- die Verteilungsfunktion  $G(t)$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass die Lebensdauer höchstens gleich  $t$  ist
- sie ist von  $T$  (Lageparameter) und  $b$  (Formparameter) abhängig

-während bei einfachen Systemen, z.B. Glühbirnen, Versuche ausreichen, um das Ausfallverhalten zu beobachten, sind z.B. bei Flugzeugen oder Atomkraftwerken umfangreichere Überlegungen notwendig

-aus diesem Grund wurden Methoden entwickelt, um das Ausfallverhalten von komplexen Systemen theoretisch zu betrachten

-denn sie sind als Qualitätsmerkmal für Produzenten und Kunden wichtige Produktmerkmale

-jede Zuverlässigkeitsvoraussage kann nur mit Hilfe von statistischen Modellen getroffen werden

-nach dem Schweden Waloddi Weibull benannt

-Zuverlässigkeits-, Lebensdaueruntersuchung

-W.V. stellt, neben der Exponentialverteilung (welche ein Spezialfall ist), die wichtigste und am häufigsten verwendete Lebensdaueruntersuchung dar

-die Verteilungsfunktion  $G(t)$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit, dass die Lebensdauer höchstens gleich  $t$  ist

-sie ist von  $T$  (charakteristische Lebensdauer/ Lageparameter) und  $b$  (Ausfalleinheit/ Formparameter) abhängig

## 2.1 Die Weibullverteilung und ihre Darstellung

Zweiparametrische Weibullverteilung:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$$

$$R(t) = e^{-\frac{t^b}{T}}$$

mit:

$T$ : Charakteristische Lebensdauer

$b$ : Formparameter bzw. Ausfallsteilheit

$$\lambda(t) = \frac{b}{T} \cdot \frac{t}{T}^{b-1}$$

Abbildung 6: Die Weibullverteilung

- Da oft Aussagen über die Überlebenswahrscheinlichkeit oder Zuverlässigkeit  $R$  gemacht werden sollen, wird die Weibullverteilung, wie folgt angegeben
- als Zufallsvariable wird zumeist  $t$  statt  $x$  benutzt, da Weibullverteilungen sehr häufig im Zusammenhang mit Lebensdauern verwendet werden
- $t$ : Lebens-, Betriebs- oder Einsatzdauer (z.B. auch gefahrene Kilometer)
- $T$ : Lageparameter (wo in etwa die Mitte der Verteilung liegt)
  - in manchen Anwendungen (meist bei zeitabhängigen) wird er durch seinen Kehrwert ersetzt ( $1/T = \lambda$ )
- charakteristische Lebensdauer
- entspricht der Zeit, bis zu der ca. 63% aller Objekte ausfallen oder ca. 37% in Funktion bleiben
- um die W.v. den realen Ausfalldaten anzupassen, kommt es deshalb darauf an,  $T$  so zu wählen, dass gemäß des empirischen Datensatzes zu diesem Zeitpunkt auch 63,2% der Teststücke ausfallen
- $b$ : Formparameter/ Ausfalleinheit (stellt ein Maß für die Streuung der Ausfallzeiten dar und bestimmt die Form der Dichtefunktion)

- $G(t)$ : Verteilungsfunktion der Ausfallwahrscheinlichkeit
  - Wahrscheinlichkeit bis ein Objekt zur Zeit  $t$  ausfällt
  - Anzahl der nach  $t$  ausgefallenen Teile ( $G(t)=1-R(t)$ )
- $R(t)$ : Überlebenswahrscheinlichkeit
  - Anzahl der nach  $t$  noch intakten Teile (in %)
  - $R(t)=1-G(t)$

## 2.1 Die Weibullverteilung und ihre Darstellung

Dichtefunktion:

$$f(t) = \frac{b}{T} \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^{b-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b} \quad \text{für } t, T, b \geq 0$$

Verteilungsfunktion:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b} \quad \text{für } t, T, b \geq 0$$

Erwartungswert: (mit der Gammafunktion)

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{b}\right)$$

Varianz: (mit der Gammafunktion)

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2} \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{b}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{b}\right) \right]$$

## 2.1 Die Weibullverteilung und ihre Darstellung

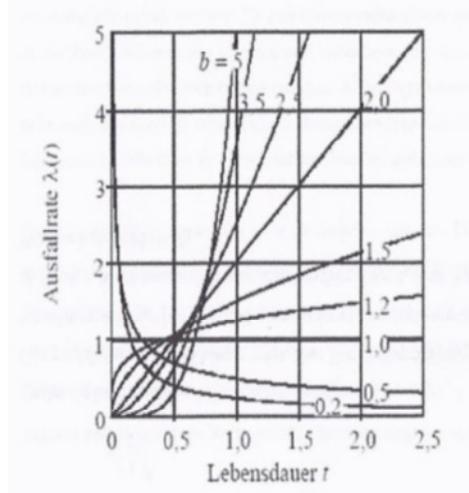


Abbildung: Ausfallrate Weibullverteilung für verschiedene Formparameter (siehe Abbildung 6)

## 2.1 Die Weibullverteilung und ihre Darstellung

### ■ IFR-Verteilungen

- steigende Ausfallrate (im Sinne von nicht fallend) > Spätausfälle
- bedingte Überlebenswahrscheinlichkeit fällt mit zunehmender Zeit

### ■ DFR-Verteilungen

- fallende Ausfallrate (im Sinne von nicht steigend) > Frühausfälle
- bedingte Überlebenswahrscheinlichkeit steigt mit zunehmender Zeit

- Man klassifiziert weiterhin die Lebensdauerverteilungen nach ihrer Ausfallrate
- Verteilungen mit wachsender Ausfallrate werden als IFR-Verteilungen (increasing failure rate) bezeichnet
- Dementsprechend werden Verteilungen mit fallender Ausfallrate DFR-Verteilungen (decreasing failure rate) genannt

## 2.2 Dichtefunktionen verschiedener Weibullverteilungen

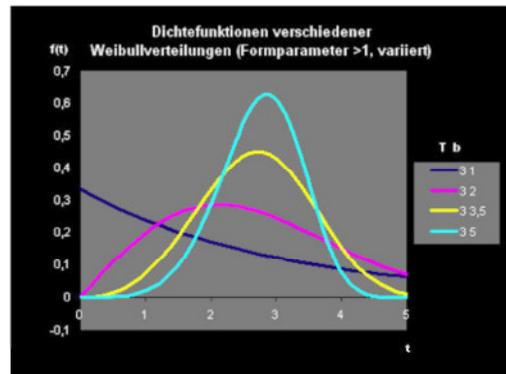
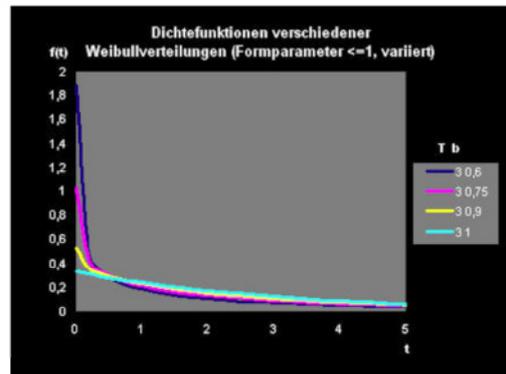


Abbildung 7: Dichtefunktionen verschiedener Weibullverteilungen

- in den folgenden Grafen sind die Werte für den Formparameter  $b$  variiert
- denn je nach Wahl der Parameter kann das gesteigerte Auftreten von Früh- oder Spätausfällen abgebildet werden
- wie man sehen kann erhält man für  $b=1$  eine Exponentialfunktion
- für  $b=3,5$  eine Funktion, die der Normalverteilung sehr ähnlich ist

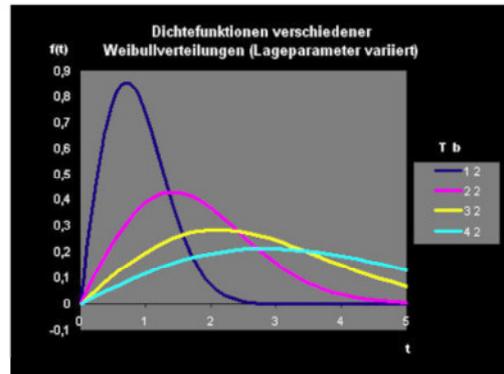
## 2.2 Dichtefunktionen verschiedener Weibullverteilungen



siehe: Abbildung 7

- hier wurde wieder der Formparameter variiert
- diesmal allerdings sind die Werte kleiner gleich eins

## 2.2 Dichtefunktionen verschiedener Weibullverteilungen



siehe: Abbildung 7

- hier wurde der Lageparameter variiert
- der Lageparameter kann verwendet werden, um die durchschnittliche Lebensdauer zu verändern

## 2.3.1 Parameterschätzverfahren: Regression

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$$

$$1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$$

$$\frac{1}{1 - F(t)} = e^{\left(\frac{t}{T}\right)^b}$$

$$\ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right) = \left(\frac{t}{T}\right)^b$$

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1 - F(t)}\right)\right) = b \ln\left(\frac{t}{T}\right)$$

$$\ln(-\ln(1 - F(t))) = b(\ln(t) - \ln T)$$

$$\ln(-\ln(1 - F(t))) = b \ln(t) - b \ln T$$

- wie ihr sicher schon erahnt habt, ist das Problem die Schätzung des Parameters  $b$ , die Ausfallzeit
- verschiedene Schätzmethoden liefern unterschiedliche Ergebnisse für die Parameter einer zu schätzenden Verteilung
- die Parameterschätzung ist eine Prozedur, um die Parameter eines vorgegebenen Modells zu bestimmen, um die zugrunde liegenden Daten genauest möglich zu beschreiben
- eine Möglichkeit bildet die Regression
- um diese anwenden zu können, muss die Skalierung so manipuliert werden, dass die Weibullfunktion als Gerade geschätzt werden kann dies führt zu einer doppelt-logarithmischen Abbildung der Zielvariablen (Wahrscheinlichkeit  $F(t)$ ) und einer einfach-logarithmischen Transformation der unabhängigen Variable (Ausfallzeit  $t$ )
- mit Hilfe des Wahrscheinlichkeitsnetzes wird eine lineare Ausgleichsgerade im Sinne der linearen Regression bestimmt und die Parameter anhand der Steigung und des absoluten Gliedes der Kurve bestimmt
- die beste Anpassungslinie ist diejenige, die die geringste Summe an quadratischen Abweichungen liefert

## 2.3.1 Parameterschätzverfahren: Regression

Die Gleichung  $\ln(-\ln(1-F(t))) = b \ln(t) - b \ln(T)$  kann man analog zur einfachen Geradengleichung

$Y_i = bX_i - a$  betrachten:

$$Y_i = \ln(-\ln(1-F_i)) \quad i = 1, \dots, n$$

$$X_i = \ln(t_i)$$

$$a = b \ln(T)$$

$$b = b$$

- die Steigung ist der Formparameter  $b$
- der Skalenparameter stellt die charakteristische Lebensdauer dar

## 2.3.1 Parameterschätzverfahren: Regression

Nun wird nach der Methode der kleinsten Quadrate  
 $Z = \sum_{i=1}^n (Y_i - (bX_i + a))^2 \xrightarrow{a, b} \min$ , nach den Parametern

$b = b$  und den Achsenabschnitt

$a = -b \cdot \bar{x}$  partiell abgeleitet

$$\hat{a} = \bar{Y} - b\bar{X} \quad \text{und} \quad \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) \cdot (Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

- Die Methode der kleinsten Quadrate: besteht darin, die Kurvenparameter so zu bestimmen, dass die Summe der quadratischen Abweichungen der Kurve von den beobachteten Punkten minimiert wird

## 2.3.1 Parameterschätzverfahren: Regression

kombiert:

$$\hat{a} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(-\ln(1-F_i)) - b \cdot \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(t_i)$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \overbrace{\ln(t_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(t_i)}^{x_i - \bar{x}} \right) \left( \overbrace{\ln(-\ln(1-F_i)) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(-\ln(1-F_i))}^{y_i - \bar{y}} \right)}{\sum_{i=1}^n \underbrace{\left( \ln(t_i) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(t_i) \right)^2}_{(x_i - \bar{x})^2}}$$

- die Werte für  $F_i$  sind Näherungswerte der kumulierten Ausfallwahrscheinlichkeit  $i$ -ten Ausfalls
- die Ausfallzeit  $t_i$  ist gleich der Ausfallzeit des  $i$ -ten Ausfalls

## 2.3.1 Parameterschätzverfahren: Regression

Man kann jetzt  $b$  aus  $b$  bestimmt und dann  $T$  berechnen:

$$\ln \hat{T} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(-\ln(1-F_i)) - b \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(t_i)}{-b}$$

$$\hat{T} = e^{\frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(-\ln(1-F_i)) - b \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(t_i)}{-b}}$$

$$\hat{T} = e^{\frac{\bar{Y} - b \cdot \bar{X}}{b}}$$

Mit diesen beiden Parametern kann man die Funktion

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{T}\right)^b}$$

eindeutig beschreiben.

## 2.3.1 Parameterschätzverfahren: Regression

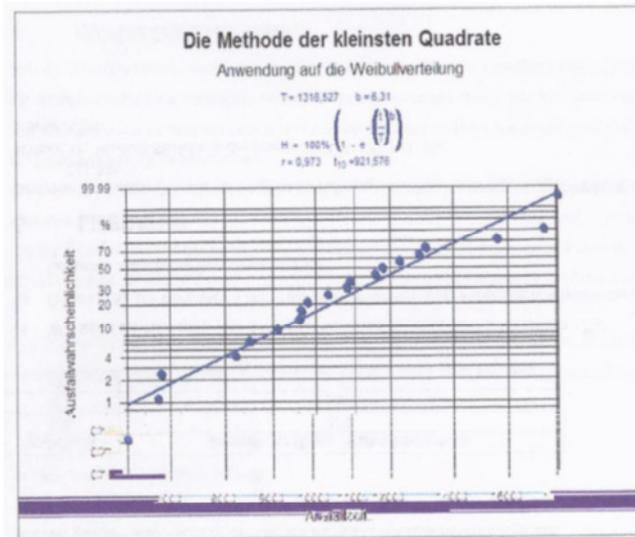


Abbildung 8: Die Weibullverteilung mit Visual Xsel

- die nachfolgende Abbildung zeigt eine Weibullverteilung in einem Wahrscheinlichkeitsnetz mit einer logarithmischen Abszisse und einer doppelt-logarithmischen Ordinate, sowie die Punkte  $(t_i, F_i)$
- diese Punkte bestimmen sich aus den Ausfallzeiten  $t$ , dem Rang der Ausfallzeiten  $i$  und der angenäherten Wahrscheinlichkeit  $F_i$

## 2.3.2 Regression:

### Ermittlung der Näherungswerte $F_i$

- Werte der Größe nach ordnen:
- die geordneten Werte als Ranggrößen bezeichnen (der Index  $i$  steht für die Rangzahl)

- da die Ausfallzeiten dem Ergebnis einer Untersuchung vom Umfang  $n$  entsprechen und zunächst nur sie vorhanden sind, müssen die Ausfallwahrscheinlichkeiten in einem ersten Schritt geschätzt werden
- in der Praxis können aus Lebensdauerversuchen und Schadenstatistiken nur die Ausfallzeiten der untersuchten Bauteile entnommen werden
- allerdings werden zur Auswertung im Wahrscheinlichkeitsnetz noch die Ausfallwahrscheinlichkeiten benötigt
- deshalb wird jedem Ausfall eine bestimmte Ausfallwahrscheinlichkeit  $F(t)$  zugeordnet
- dafür geht man folgendermaßen vor:

## 2.3.2 Regression: Ermittlung der Näherungswerte $F_i$

i	Ausfallzeit [h]
1	630
2	680
3	685
4	820
5	850
6	910
7	960
8	965
9	980
10	1030

i	Ausfallzeit [h]
11	1080
12	1090
13	1160
14	1180
15	1230
16	1290
17	1310
18	1560
19	1750
20	1810

Abbildung 8b: Ausfallzeiten eines Bauteiles aufsteigend sortiert (siehe Abbildung 8)

- ist das erste Bauteil der Stichprobe ausgefallen, so ist  $1/20$  der Stichprobe ausgefallen usw.
- in einer Annäherung erhält man eine Schätzung der Ausfallwahrscheinlichkeiten

- als Beispiel dient ein Unternehmen, welches Bauteile für den Maschinenbau herstellt
- das Unternehmen möchte die Ausfallzeiten einer neuen Baureihe ermitteln
- zu diesem Zweck wird eine Stichprobe vom Umfang  $n=20$  aus einer laufenden Produktion entnommen und auf einem Prüfstand belastet
- für jedes Bauteil ergeben sich durch die Belastung unterschiedliche Ausfallzeiten, die aufsteigend sortiert in eine Tabelle eingetragen werden

## 2.3.2 Regression:

### Ermittlung der Näherungswerte $F_i$

- Näherungsformel für die Ausfallwahrscheinlichkeiten

$$\hat{F}(t_i) = \frac{i}{n} = \bar{F}_i$$

$$\bar{F}_1 = \frac{1}{20} = 5\%$$

$$\bar{F}_2 = \frac{2}{20} = 10\%$$

$$\bar{F}_3 = \frac{3}{20} = 15\% \text{ usw.}$$

- eine Messreihe, bestehend aus  $n$  Messungen, kann  $m$  mal wiederholt werden
- dabei ergeben sich für jede Stichprobe jeweils andere Ausfallzeiten
- die Ranggrößen können deshalb als Zufallsvariablen betrachtet werden
- unter der Prämisse, dass diese Ausfallzeiten weibullverteilt sind, ergibt sich für praktische Anwendung mit Stichprobenumfängen  $n < 50$  die folgende Näherungsformel für die Ausfallwahrscheinlichkeiten

## 2.3.1 Parameterschätzverfahren: Regression

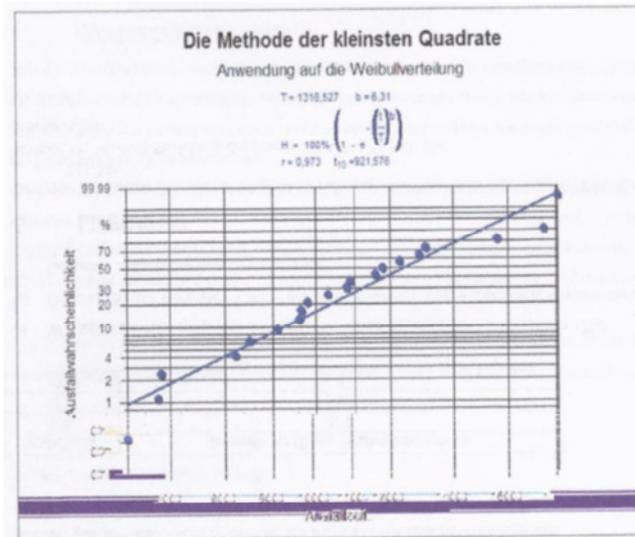


Abbildung 8: Die Weibullverteilung mit Visual Xsel

- die nachfolgende Abbildung zeigt eine Weibullverteilung in einem Wahrscheinlichkeitsnetz mit einer logarithmischen Abszisse und einer doppelt-logarithmischen Ordinate, sowie die Punkte  $(t_i, F_i)$
- diese Punkte bestimmen sich aus den Ausfallzeiten  $t$ , dem Rang der Ausfallzeiten  $i$  und der angenäherten Wahrscheinlichkeit  $F_i$

# Szenario

Die Zuverlässigkeitsprüfung für einen neuen Typ H7-Halogencheinwerferlampe ergab folgende klassierte Daten:

	A	B	C	D	E
1	<b>Lebensdauer neue H7-Scheinwerferlampe</b>				
2					
3	Zertraum in h	Klassen-Nr.	Ausfallhäufigkeit absolut	Ausfallhäufigkeit relativ (%)	Ausfallhäufigkeit relativ, summiert (%)
4	0 - 200	1	4	2,0	
5	200 - 400	2	8	4,0	6,0
6	400 - 600	3	15	7,5	13,5
7	600 - 800	4	27	13,5	27,0
8	800 - 1000	5	33	16,5	43,5
9	1000 - 1200	6	40	20,0	63,5
10	1200 - 1400	7	28	14,0	77,5
11	1400 - 1600	8	17	8,5	86,0
12	1600 - 1800	9	11	5,5	91,5
13	1800 - 2000	10	6	3,0	94,5
14	2000 - 2200	11	5	2,5	97,0
15	2200 - 2400	12	2	1,0	98,0
16	2400 - 2600	13	2	1,0	99,0
17	2600 - 2800	14	1	0,5	99,5
18	2800 - 3000	15	1	0,5	100,0
19		Anzahl	200	100,0	

Abbildung 1: Lebensdauer neue H7 - Scheinwerferlampe

- die Zuverlässigkeitsprüfung für einen neuen Typ H7 – Halogencheinwerferlampe ergab folgende klassifizierte Daten

# Szenario

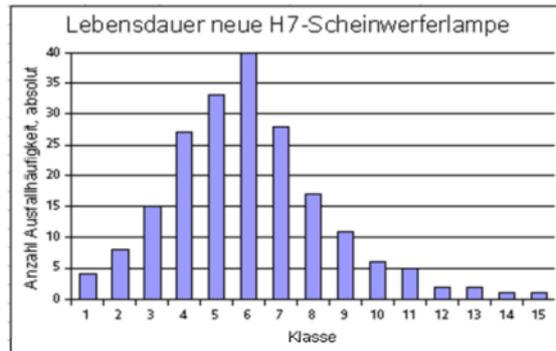


Abbildung 2: Anzahl Ausfallhäufigkeit absolut

- bevor das Szenario fortgesetzt wird, ist nun der Punkt erreicht, wo wir endlich zur Weibullfunktion kommen

# Szenario

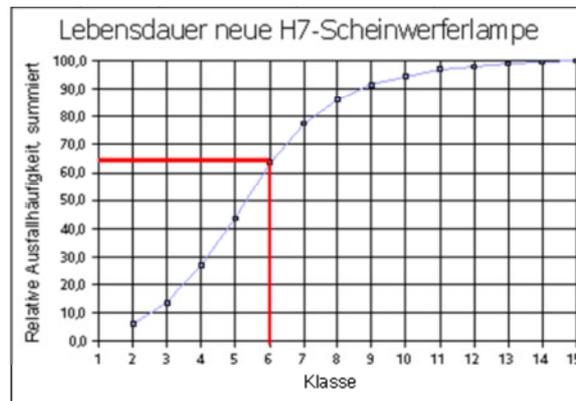


Abbildung 9: Relative Ausfallhäufigkeit

- im folgenden wird von einem b-Wert=1,8 ausgegangen
- der Parameter T, die charakteristische Lebensdauer, kann aus obiger Tabelle hingegen direkt geschätzt werden

# Szenario

Zeitraum in h	Klassen-Nr.:	Ausfallhäufigkeit absolut	Ausfallhäufigkeit relativ (%)	Ausfallhäufigkeit relativ, summiert (%)	Zeitraum in h Klassenmitte	Überlebenswahrscheinlichkeit relativ
0 - 200	1	4	2,0			
200 - 400	2	8	4,0	6,0	300	94,0
400 - 600	3	15	7,5	13,5	500	86,5
600 - 800	4	27	13,5	27,0	700	73,0
800 - 1000	5	33	16,5	43,5	900	56,5
1000 - 1200	6	40	20,0	63,5	1100	36,5
1200 - 1400	7	28	14,0	77,5	1300	22,5
1400 - 1600	8	17	8,5	86,0	1500	14,0
1600 - 1800	9	11	5,5	91,5	1700	8,5
1800 - 2000	10	6	3,0	94,5	1900	5,5
2000 - 2200	11	5	2,5	97,0	2100	3,0
2200 - 2400	12	2	1,0	98,0	2300	2,0
2400 - 2600	13	2	1,0	99,0	2500	1,0
2600 - 2800	14	1	0,5	99,5	2700	0,5
2800 - 3000	15	1	0,5	100,0	2900	0,0
	Anzahl:	200	100,0			

Abbildung 9a: Lebensdauer neue H7-Scheinwerferlampe (siehe Abb. 9)

- in der Tabelle der klassierten Daten entspricht die Klasse 6 einer relativen Ausfallhäufigkeit von 63,5% und die Klassenmitte beträgt 1100h
- der Parameter T wird mit 1100h angenommen
- die Ermittlung des Parameters T, bzw. dessen Klasse, kann auch über die Quantilberechnung erfolgen (<http://www.faes.de/Basis/Basis-Lexikon/Basis-Lexikon-Weibull/basis-lexikon-weibull.html>)

# Szenario

Lebensdauer neue H7-Scheinwerferlampe

Zeitraum in h	Klassen-Nr.:	Ausfallhäufigkeit absolut	Ausfallhäufigkeit relativ (%)	Ausfallhäufigkeit relativ, summiert (%)	Zeitraum in h Klassenmitte	Überlebenswahrscheinlichkeit relativ	Ausfallhäufigkeit absolut, summiert
0 - 200	1	4	2,0				4
200 - 400	2	8	4,0	6,0	300	94,0	12
400 - 600	3	15	7,5	13,5	500	86,5	27
600 - 800	4	27	13,5	27,0	700	73,0	54
800 - 1000	5	33	16,5	43,5	900	56,5	87
1000 - 1200	6	40	20,0	63,5	1100	36,5	127
1200 - 1400	7	28	14,0	77,5	1300	22,5	155
1400 - 1600	8	17	8,5	86,0	1500	14,0	172
1600 - 1800	9	11	5,5	91,5	1700	6,5	183
1800 - 2000	10	6	3,0	94,5	1900	5,5	189
2000 - 2200	11	5	2,5	97,0	2100	3,0	194
2200 - 2400	12	2	1,0	98,0	2300	2,0	196
2400 - 2600	13	2	1,0	99,0	2500	1,0	198
2600 - 2800	14	1	0,5	99,5	2700	0,5	199
2800 - 3000	15	1	0,5	100,0	2900	0,0	200

Abbildung 9b: Lebensdauer neue H7-Scheinwerferlampe (siehe Abb. 9)

# Szenario

er neue H7-Scheinwerferlampe				
Zetraum in h Klassenmitte	Überlebens- wahrscheinlichkeit relativ	Überlebens- wahrscheinlichkeit relativ <i>Berechnet mit b=1,8</i>	$\Delta (G/100) - H:$	$\Delta(100\%)$
300	94,0	0,9081	0,032	3,19
500	86,5	0,7851	0,080	7,99
700	73,0	0,6419	0,086	6,81
900	56,5	0,4982	0,067	6,68
1100	36,5	0,3679	-0,003	-0,29
1300	22,5	0,2590	-0,034	-3,4
1500	14,0	0,1742	-0,034	-3,42
1700	8,5	0,1120	-0,027	-2,7
1900	5,5	0,0689	-0,014	-1,39
2100	3,0	0,0407	-0,011	-1,07
2300	2,0	0,0230	-0,003	-0,3
2500	1,0	0,0125	-0,002	-0,25
2700	0,5	0,0065	-0,002	-0,15
2900	0,0	0,0033	-0,003	-0,33
Summen Abweichung:			0,13	13,38

Abbildung 9c: Lebensdauer neue H7-Scheinwerferlampe (siehe Abb. 9)

- da nun die Parameter b und T geschätzt wurden, sollte die Validierung der Schätzung erfolgen
- in den Zellen der Spalte H ist obige Formel der Überlebenswahrscheinlichkeit  $R(t)$  hinterlegt und die Abweichung der Ergebnisse sind in der Spalte I absolut und in der Spalte J relativ dargestellt

# Abbildungsverzeichnis

- **Abbildung 1: Lebensdauer neue H7 - Scheinwerferlampe**
  - Weibullverteilung. Online. URL: <http://www.faes.de/Basis/Basis-Lexikon/Basis-Lexikon-Weibull/basis-lexikon-weibull.html> [Datum der Recherche: 10.04.2013]
- **Abbildung 2: Anzahl Ausfallhäufigkeit absolut**
  - Weibullverteilung. Online. URL: <http://www.faes.de/Basis/Basis-Lexikon/Basis-Lexikon-Weibull/basis-lexikon-weibull.html> [Datum der Recherche: 10.04.2013]
- **Abbildung 3: Überlebenswahrscheinlichkeit  $R(t)$** 
  - Zuverlässigkeit und Lebensdauer. Online. URL: <http://www.cloodt.de/Dateien/PDF/1lebensd.pdf> [Datum der Recherche: 10.04.2013]
- **Abbildung 4: Der Verlauf der Ausfallrate (Badewannenkurve)**
  - Zuverlässigkeit und Lebensdauer. Online. URL: <http://www.cloodt.de/Dateien/PDF/1lebensd.pdf> [Datum der Recherche: 10.04.2013]
- **Abbildung 5: Die Exponentialverteilung**
  - Zuverlässigkeit und Lebensdauer. Online. URL: <http://www.cloodt.de/Dateien/PDF/1lebensd.pdf> [Datum der Recherche: 10.04.2013]
- **Abbildung 6: Die Weibullverteilung**
  - Weibullverteilung. Online. URL: <http://www.faes.de/Basis/Basis-Lexikon/Basis-Lexikon-Weibull/basis-lexikon-weibull.html> [Datum der Recherche: 10.04.2013]
- **Abbildung 7: Dichtefunktionen verschiedener Weibullverteilungen**
  - Weibullverteilung. Online. URL: <http://www.exponentialverteilung.de/weibullverteilung.html> [Datum der Recherche: 10.04.2013]
- **Abbildung 8: Die Weibullverteilung mit Visual Xsel**
  - Weibull 1. Online. URL: [http://public.fh-trier.de/~bonart/Wi-Ing\\_Info/Facher/Qualitat\\_und\\_Zuverlässigkeit/QZ\\_Weibullverteilung\\_1.pdf](http://public.fh-trier.de/~bonart/Wi-Ing_Info/Facher/Qualitat_und_Zuverlässigkeit/QZ_Weibullverteilung_1.pdf) [Datum der Recherche: 10.04.2013]
- **Abbildung 9: Relative Ausfallhäufigkeit**
  - Weibullverteilung. Online. URL: <http://www.faes.de/Basis/Basis-Lexikon/Basis-Lexikon-Weibull/basis-lexikon->

# Abbildungsverzeichnis:

- **Abbildung 8: Die Weibullverteilung mit Visual Xsel**
  - Weibull 1. Online. URL: [http://public.fh-trier.de/~bonart/Wi-Ing\\_Info/Facher/Qualitat\\_und\\_Zuverlassigkeit/QZ\\_Weibullverteilung\\_1.pdf](http://public.fh-trier.de/~bonart/Wi-Ing_Info/Facher/Qualitat_und_Zuverlassigkeit/QZ_Weibullverteilung_1.pdf) [Datum der Recherche: 10.04.2013]
- **Abbildung 9: Relative Ausfallhäufigkeit**
  - Weibullverteilung. Online. URL: <http://www.faes.de/Basis/Basis-Lexikon/Basis-Lexikon-Weibull/basis-lexikon-weibull.html> [Datum der Recherche: 10.04.2013]