



Übungen zur Vorlesung

Mathematische Statistik

Sommersemester 2013

Institut für Mathematik

Jun.-Prof. Dr. Thorsten Dickhaus

RUD25, Raum 1.203

E-Mail: dickhaus@math.hu-berlin.de

Tel.: 030/2093-5841

Übungen: Mathias Trabs

E-Mail: trabs@math.hu-berlin.de

Tel.: 030/2093-3988

Blatt 1

Abgabe bis Dienstag, 16. April 2013, 11:15 Uhr
Jede komplett richtig gelöste Aufgabe ergibt 4 Punkte.

Aufgaben

1. Lösen Sie Exercise 1.1.1 im Skript.
2. (a) Lösen Sie Exercise 1.2.1 im Skript.
(b) Lösen Sie Exercise 1.2.2 im Skript.
3. Formalisieren Sie (mathematisch exakt) statistische Modelle für die folgenden drei Situationen. Beurteilen Sie jeweils, ob es sich um parametrische oder nicht-parametrische Modelle handelt.
 - (a) Wir betrachten die Ziehung der Lottozahlen „6 aus 49“ und haben Zweifel daran (Unsicherheit darüber), dass jede Zahl die gleiche Wahrscheinlichkeit hat, gezogen zu werden. Daher beobachten wir alle 520 Samstagsziehungen des Jahrzehnts 2011 – 2020 und führen eine Strichliste, welche Zahl wie oft gezogen wird. An der Unabhängigkeit aller Ziehungen haben wir keinen Zweifel.
 - (b) In der sogenannten „Survival Analysis“ (Überlebenszeitanalyse) interessiert man sich für die Zeitspanne bis zum ersten Eintritt eines Zielereignisses (Ausfall eines technischen Bauteils, Erkrankung einer Bakterienkultur, etc.). Die Verteilung einer solchen Zeitspanne kann in vielen Fällen durch eine Exponentialverteilung modelliert werden. Wir lassen n zufällig aus ein und derselben großen Fertigungslinie ausgewählte Glühbirnen unabhängig voneinander so lange brennen, bis die jeweilige Glühwendel durchbrennt. Uns interessiert die mittlere Glühdauer bis zum Ausfall.
 - (c) Es soll die Abhängigkeit des Typ I-Diabetes Risikos beim Menschen vom Geschlecht untersucht werden. Dazu werden natürliche Zahlen n_1 und n_2 fest vorgegeben, n_1 zufällig ausgewählte Frauen und n_2 zufällig ausgewählte Männer aus einer vorgegebenen Grundgesamtheit (z. B. der Bevölkerung Berlins) einem oralen Glukose-Toleranztest (OGTT) unterzogen und das Ergebnis (pro Versuchsperson: Typ I-Diabetes ja / nein) protokolliert. Der Einfachheit halber nehmen wir an, dass sich Typ I-Diabetes mit einem OGTT eindeutig diagnostizieren lasse. Alle anderen Einflüsse (außer dem Geschlecht) auf das Typ I-Diabetes Risiko seien bei dieser Studie nicht von Interesse.

4. **Spieltheorie.** Um festzulegen, wer am kommenden Wochenende den Abwasch machen muss, spielen Sie und ein Kontrahent folgendes Spiel: Der Kontrahent wählt eine Zahl $\theta \in \{0, 1\}$. Sie müssen raten, welche Zahl er gewählt hat. Raten Sie falsch, müssen Sie spülen; raten Sie richtig, müssen Sie nicht spülen (0-1-Verlust). Ihr Kontrahent hilft Ihnen bei Ihrer Entscheidung wie folgt. Er wirft verdeckt eine Münze. Wenn Wappen erscheint, verrät er die ausgewählte Zahl θ . Erscheint Zahl, wirft er die Münze erneut verdeckt und bei "Zahl" nennt er Ihnen die Zahl 1 und bei "Wappen" die Zahl 0. Bezeichne die Zufallsgröße Y die Ihnen von dem Kontrahenten genannte Zahl.

- (a) Formulieren Sie das statistische Entscheidungsproblem. Bestimmen Sie insbesondere \mathbb{P}_θ für $\theta \in \{0, 1\}$.
- (b) Eine Menge konkurrierender Entscheidungsregeln sei gegeben als $\mathcal{M} = \{\rho_1, \rho_2\}$ mit $\rho_1(y) = y$ sowie $\rho_2(y) = 1$. Zeigen Sie:
 - (i) ρ_1 und ρ_2 sind beide in \mathcal{M} zulässig.
 - (ii) ρ_1 ist minimax in \mathcal{M} .