Übungen zur Vorlesung

Institut für Mathematik

Mathematische Statistik

Jun.-Prof. Dr. Thorsten Dickhaus
RUD25, Raum 1.203
E-Mail: dickhaus@math.hu-berlin.de
Tel.: 030/2093-5841

Sommersemester 2013

Übungen: Mathias Trabs
E-Mail: trabs@math.hu-berlin.de
Tel.: 030/2093-3988

Blatt 2

Abgabe bis Dienstag, 23. April 2013, 11:15 Uhr
Jede komplett richtig gelöste Aufgabe ergibt 4 Punkte.

Aufgaben

5. Lösen Sie Exercise 1.5.1 im Skript.
6. Lösen Sie Exercise 2.1.2 im Skript.
7. (a) Ermitteln Sie die Aussage des sogenannten Cramér-Wold device.
   (b) Lösen Sie Exercise 2.1.3 im Skript.
8. **Programmieraufgabe: Monte Carlo-Integration.**
   a) Berechnen Sie das zweite Moment
   $$\mathbb{E}[Y^2] = \int_0^\infty y^2 \exp(-y) dy \tag{1}$$
   einer standard-exponentialverteilten Zufallsvariable Y in `R` mit der `integrate`-Funktion. Benutzen Sie den Befehl `str`, um die Datentypen des Ergebnisses anzuzeigen und definieren Sie den Wert des Integrals als numerische Zahl mit `as.numeric`. Stellen Sie den Integranden aus (1) auf dem Intervall $[0, 10]$ grafisch dar.
   b) Berechnen Sie das Integral aus (1) näherungsweise mit Hilfe der sogenannten Monte-Carlo Integration, d. h., als empirisches zweites Moment für n generierte (Pseudo-) Zufallszahlen $(y_i)_{1 \leq i \leq n}$. Wählen Sie $n = 1.000, 10.000, 100.000$.
   c) Zeigen Sie, dass
   $$\int_0^\infty y^2 \exp(-y) dy = 2 \cdot \int_0^\infty y \exp(-y) dy$$
   gilt und nutzen Sie dies, um das Integral durch $2n^{-1} \sum_{i=1}^{n} y_i$ näherungsweise zu berechnen. Vergleichen Sie die Ergebnisse der Methoden aus b) und c).
   d) Schreiben Sie eine `R`-Funktion, die in B Simulationsläufen die beiden Methoden aus b) und c) jeweils für eine Pseudo-Stichprobe vom Umfang n durchführt und als Rückgabe die mittlere Abweichung vom wahren Wert für beide Methoden ausgibt. Welche Methode liefert genauere Ergebnisse?