



Übungen zur Vorlesung

Mathematische Statistik

Sommersemester 2013

Institut für Mathematik

Jun.-Prof. Dr. Thorsten Dickhaus

RUD25, Raum 1.203

E-Mail: dickhaus@math.hu-berlin.de

Tel.: 030/2093-5841

Übungen: Mathias Trabs

E-Mail: trabs@math.hu-berlin.de

Tel.: 030/2093-3988

Blatt 10

Abgabe bis Dienstag, 18. Juni 2013, 11:15 Uhr

Jede komplett richtig gelöste Aufgabe ergibt 4 Punkte.

Bitte jede Aufgabe auf einem separaten **Blatt** bearbeiten, Danke!

Aufgaben

37. Einseitiger Binomialtest, Beispiel 6.1.7.

- (a) Lösen Sie Exercise 6.1.1 im Skript.
- (b) Wie wahrscheinlich ist es, die Alternative aufzudecken, falls die wahre Wahrscheinlichkeit für einen tumorbedingten Tod in der beschriebenen Zielgruppe genau gleich der empirischen relativen Häufigkeit ist? Berechnen Sie dazu die Güte des nicht-randomisierten Tests ϕ im Punkte $p_1 = 5/13 \in \Theta_1$.
- (c) Wie groß hätte n gewählt werden müssen, damit die Güte im Punkte $p_1 = 5/13$ von ϕ unter der Maßgabe $\mathbb{E}_{1/5}[\phi] \leq 5\%$ den Wert 0.9 übersteigt? Was liefert diesbezüglich eine Normalapproximation?

38. Existenz von Neyman-Pearson Tests.

Lösen Sie Exercise 6.2.1 im Skript.

39. Güte.

- (a) Es bezeichne $\beta \equiv \beta(\theta_1)$ die Güte des besten (Neyman-Pearson-) Tests zum Niveau $\alpha \in (0, 1)$ für ein binäres Testproblem mit $\Theta = \{\theta_0, \theta_1\}$. Zeigen Sie, dass dann $\alpha < \beta$ ist, sofern $\mathbb{P}_{\theta_0} \neq \mathbb{P}_{\theta_1}$ gilt.
- (b) Sei die Verteilung der Zufallsgröße Y ein Element der Familie $(\mathbb{P}_\theta : \theta \in \Theta)$ und sei die Statistik $T : \mathcal{Y} \rightarrow \mathcal{T}$ suffizient für θ . Zeigen Sie: Ist $\phi : \mathcal{Y} \rightarrow [0, 1]$ ein Test für eine Hypothese $\Theta_0 \subset \Theta$, so ist $\psi : \mathcal{T} \rightarrow [0, 1]$, gegeben durch $\psi(t) = \mathbb{E}_\bullet[\phi(Y)|T = t]$ ein Test, der nur von T abhängt und es gilt $\beta_\psi = \beta_\phi$ für die zugehörigen Gütefunktionen.

40. Programmieraufgabe.

Lösen Sie Exercise 6.1.2 im Skript. Wenden Sie Ihr Programm auf den Binomialtest aus Beispiel 6.1.8 an und ermitteln Sie die relative Ablehnhäufigkeit unter dem LFC $\theta = 1/5$ in einer Monte Carlo-Simulation.