

Multiples Testen

Humboldt-Universität zu Berlin
 Institut für Mathematik
 Sommersemester 2010

Blatt 4

Aufgaben

16. Vergleich des Abschlusstests mit Bonferroni-Holm

Nehmen Sie Modell 3.10 mit $k = 3$ an.

- Geben Sie die Testvorschrift des Bonferroni-Holm Tests für $\mathcal{H} = (H_{ij}, 1 \leq i < j \leq 3)$ unter Verwendung der t -Statistiken $T_{ij}, 1 \leq i < j \leq 3$, an.
- Bilden Sie den Abschlusstest für \mathcal{H} , wobei der Test für die Schnitthypothese durch Bonferroni-Adjustierung gebildet werde.
- Welcher der unter (a) und (b) konstruierten multiplen Tests für \mathcal{H} ist (hinsichtlich Güte) besser? Geben Sie ein Beispiel an, in dem sich einer der beiden Tests (bezüglich der Anzahl abgelehnter Hypothesen) als überlegen erweist.
- Betrachten Sie das Hypothesensystem $\tilde{\mathcal{H}} = (H_i, i = 1, 2, 3)$ mit $H_i : \{\mu_i = 0\}$. Was lässt sich jetzt zum Vergleich von Bonferroni-Holm Test und Abschlusstest mit Bonferroni-Adjustierung aussagen?

17. Verbesserung von Bonferroni-Holm durch logische Restriktionen

Sei $(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{P}, \mathcal{H} = (H_i, i \in I = \{1, \dots, m\}))$ ein endliches multiples Testproblem mit $m^* \leq m$ Elementarhypothesen. Betrachten Sie den step-down Test, der analog zu Bonferroni-Holm arbeitet, aber die kritischen Werte

$$\alpha_\ell = \frac{\alpha}{t_\ell}, \ell = 1, \dots, m^*,$$

verwendet, wobei t_ℓ die maximal mögliche Anzahl wahrer Hypothesen, gegeben, dass $\ell - 1$ Hypothesen falsch sind, bezeichnet.

- Begründen Sie, warum diese Prozedur ein multipler Test zum multiplen Niveau α ist.
- Zeigen Sie, dass diese Prozedur (hinsichtlich Güte) besser als Bonferroni-Holm ist.
- Geben Sie unter Modell 3.10 mit $k = 4$ für $\mathcal{H} = (H_{ij}, 1 \leq i < j \leq 4)$ die Werte der t_ℓ an.

18. LSD-Test von Fisher und Bonferroni-Holm Test in Handrechnung

Betrachten Sie noch einmal die Problemstellung aus Aufgabe 14 (Düngemittelvergleiche).

- (a) Führen Sie alle paarweisen Mittelwertvergleiche zwischen den Düngemittelgruppen mit dem LSD-Test von Fisher für $\alpha = 0.01$ durch.
- (b) Führen Sie alle paarweisen Mittelwertvergleiche zwischen den Düngemittelgruppen mit dem Bonferroni-Holm Test für $\alpha = 0.01$ durch.
- (c) Vergleichen Sie die unter (a) und (b) gewonnenen Aussagen mit denen, die der Tukey-Test aus Aufgabe 14.(b) geliefert hat.

19. Multiple range-Test nach Newman und Keuls in Handrechnung

Unter Modell 3.10 mit balanciertem Design und $k = n = 5$ seien die Gruppenmittel

$$\bar{x}_1. = 20.7, \quad \bar{x}_2. = 17.0, \quad \bar{x}_3. = 16.1, \quad \bar{x}_4. = 21.1, \quad \bar{x}_5. = 26.5$$

beobachtet worden. Der Schätzwert für die gepoolte Stichproben-Standardabweichung sei $s = 2.683$. Führen Sie zum Vergleich der Gruppenmittel den multiple range-Test nach Newman und Keuls mit $\alpha = 0.05$ durch.

20. Programmieraufgabe

Betrachten Sie noch einmal das Beispiel von Notterman et al. aus Aufgabe 5.

- (a) Führen Sie unter Zuhilfenahme der R-Software alle 7457 gepaarten t -Tests mit dem Bonferroni-Holm Test zum multiplen Niveau $\alpha = 0.05$ durch.
- (b) Verifizieren Sie mit Hilfe der R-Software, dass ein step-up Test mit kritischen Werten $\alpha_i = \alpha/(10i)$, $i = 1, \dots, 7457$, ein multipler Test zum multiplen Niveau $\alpha = 0.05$ für die Fragestellung unter (a) ist.
- (c) Führen Sie den unter (b) vorgeschlagenen step-up Test am Computer durch und vergleichen Sie ihn mit dem Bonferroni-Holm Test hinsichtlich der Anzahl abgelehnter Hypothesen.