Prof. Dr. Eva-Maria Feichtner

5. Übungsblatt

1. Ergänzung zu Blatt 4, Aufgabe 1:

Geben Sie ein Beispiel an für ein kommutatives Diagramm wie im 5-Lemma,

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "i"] \arrow[d, "\alpha"] & B \arrow[r, "j"] \arrow[d, "\beta"] & C \arrow[r, "k"] \arrow[d, "\gamma"] & D \arrow[r, "l"] \arrow[d, "\delta"] & E \arrow[d, "\epsilon"] \\ A' \arrow[r, "i'"] & B' \arrow[r, "j'"] & C' \arrow[r, "k'"] & D' \arrow[r, "l'"] & E' , \end{tikzcd}$$

in dem α, β, δ und ϵ Nullabbildungen sind, nicht aber γ. Dies ist schon möglich, wenn Sie für die Gruppen die Einträge 0 oder $\mathbb{Z}$ wählen!

2. **a)** Formulieren Sie die Natürlichkeitsaussage für die Tripelsequenz in Homologie.

b) Es sei $f : (X, A) \longrightarrow (Y, B)$ Abbildung von Paaren, so dass sowohl $f : X \longrightarrow Y$ als auch $f : A \longrightarrow B$ Homotopieinverse besitzen. Zeigen Sie, dass dann $f_n : H_n(X, A) \longrightarrow H_n(Y, B)$ Isomorphismus ist für alle n.

c) Geben Sie ein Beispiel dafür, dass für Raumpaare (X, A) und (Y, B), für die $H_*(X) \cong H_*(Y)$ und $H_*(A) \cong H_*(B)$ gilt, die relativen Homologiegruppen $H_*(X, A)$ und $H_*(Y, B)$ nicht isomorph sein müssen.

3. Ergänzung zu Blatt 4, Aufgabe 3:

Verwenden Sie Ihre Ergebnisse zu den lokalen Homologiegruppen auf X – dem Kegel über dem 1-Skelett von Δ^3 – und beschreiben Sie Teilmengen von X, die unter einem Homöomorphismus von Δ^3 notwendig auf sich abgebildet werden.

Wie können Homöomorphismen von X aussehen?

Ideen, Lösungen und Diskussion: Freitag, 11.01.08, 10–12 Uhr.