

Praktikum Numerik partieller Differentialgleichungen

SS 2001 — 19.04.2001

Abgabe: Mittwoch, 02.05.2001

Programmieraufgabe 1

(8 Punkte)

Implementieren Sie das Finite Differenzen Verfahren für das Poisson-Problem

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f && \text{in } \Omega = (A, B)^2, \\ u &= g && \text{auf } \partial\Omega. \end{aligned}$$

Verwenden Sie den aus der Vorlesung bekannten 5-Punkte-Stern.

Die Lösung des linearen Gleichungssystems soll mit dem SOR-Verfahren (ohne Aufstellen der Systemmatrix) bzw. mit dem CG-Verfahren (mit dünn besetzter (*sparse*) Matrix) erfolgen. Stellen Sie die Lösung graphisch dar (z. B. mit Hilfe der Funktion `mesh()` in Matlab).

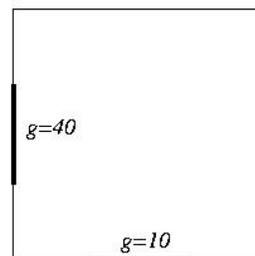
Testen Sie das Programm anhand der Funktion

$$u(x_1, x_2) = \sin(x_1) * \cos(2\pi x_2)$$

auf dem Einheitsquadrat $\Omega = (0, 1)^2$. Berechnen Sie den maximalen Fehler in einem Gitterpunkt und untersuchen Sie die Fehlerabnahme bei Halbierung der Schrittweite, für $h = \frac{1}{N}$ mit $N = 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$.

Was passiert im Fall $u(x_1, x_2) = x_1(1 - x_1)x_2(1 - x_2)$?

Berechnen Sie die Wärmeverteilung in einem quadratischen Raum $\Omega = (0, 1)^2$ ohne innere Wärmequelle (also mit $f = 0$) mit den folgenden Temperaturrendwerten:



Im Bereich $(0.3, 0.7) \times \{0\}$ befindet sich ein Fenster, dort gilt $g = 10$, im Bereich $\{0\} \times (0.3, 0.7)$ befindet sich eine Heizung, dort gilt $g = 40$, an allen anderen Randpunkten ist $g = 20$.