

## Praktikum Numerik partieller Differentialgleichungen

SS 2002 — 05.06.2002  
Abgabe: Mittwoch, 19.06.2002

### Programmieraufgabe 4

(6 Punkte)

Schreiben Sie ein ALBERT-Programm zur adaptiven Lösung der elliptischen Gleichung

$$\begin{aligned} -\nabla \cdot A \nabla u + b \cdot \nabla u + c u &= f & \text{in } \Omega = (0, 1)^d, \\ u &= g & \text{auf } \partial\Omega \end{aligned}$$

mit Koeffizienten

$$A = \varepsilon \text{id}_{\mathbb{R}^d}, \quad b = (1, \dots, 1)^T, \quad c = d,$$

wobei  $\varepsilon > 0$ . Testen Sie das Programm mit der exakten Lösung

$$u(x) = \prod_{i=1}^d x_i (1 - e^{(x_i-1)/\varepsilon})$$

zu verschiedenen  $\varepsilon \downarrow 0$  und dazu passenden Daten  $f(x)$  und  $g(x)$ . Verwenden Sie dabei Lagrange-Elemente vom Grad 1 bis 4 und wenden Sie verschiedene Markierungsstrategien an.

Es steht ein *fertiges* ALBERT-Programm zur Lösung der Poisson-Gleichung

$$\begin{aligned} -\Delta u &= f & \text{in } \Omega, \\ u &= g & \text{auf } \partial\Omega \end{aligned}$$

zur Verfügung. Dieses soll an das obige Problem angepasst werden, indem die entsprechenden Unterprogramme zur Berechnung der Elementmatrizen (und der exakten Lösung und Daten) verändert werden. Für  $b \neq 0$  ist das resultierende Gleichungssystem *nicht symmetrisch*! Daher muss dieses mit GMRes oder BiCGStab gelöst werden.

Die entsprechenden Dateien sind in dem Archiv

<http://www.math.uni-bremen.de/~schmidt/SS02/albert2.tgz>

verpackt und sollten im gleichen Verzeichnis wie das Archiv `albert1.tgz` entpackt werden durch

```
gtar xovzf albert2.tgz
```

Es werden folgende Dateien, bzw. symbolische Links (durch @ gekennzeichnet) entpackt:

```
2d:  
INIT/ellipt.dat Makefile ellipt.c@ graphics.c@
```

```
3d:  
INIT/ellipt.dat Makefile ellipt.c@ graphics.c@
```

```
Common:  
ellipt.c graphics.c
```

Die Datei `ellipt.c` enthält die Modell-Implementierung für die Poisson-Gleichung, `graphics.c` eine Datei für die graphische Darstellung von Gitter und Lösung. Beide Dateien hängen (bis auf symbolische Konstanten) nicht von der Dimension ab und sind daher im Verzeichnis `Common` gespeichert. Das Programm kann dann mit `make ellipt` zum ausführbaren Programm `ellipt` übersetzt werden.