

Numerik II

WS 2001/2002 — Übung 4 — 14.11.2001
Abgabe: 21.11.2001

Aufgabe 11

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösung x von $Ax = b$ mit dem CG-Verfahren per Hand für

$$A = \begin{pmatrix} 100 & -8 & 0 \\ -8 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Startwert sei $x_0 = 0$.

Aufgabe 12

(4 Punkte)

Zeigen Sie, dass das CG-Verfahren mit der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

für jeden Startwert $x_0 \in \mathbb{R}^4$ nach höchstens 3 Iterationen die Lösung liefert. Wird x_0 so gewählt, dass

$$r_0 = b - Ax_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

ist, so reicht ein Iterationsschritt.

Programmieraufgabe 2 Abgabe: 26.11.2001

(8 Punkte)

- Implementieren Sie das **CG-Verfahren** für dünn besetzte Matrizen.
- Lösen Sie damit das 1D Finite Differenzen Problem aus Programmieraufgabe 1b für Schrittweiten $h = 1/(n+1)$ mit $n = 10, 100, 1000$. Welches Verhalten der Konvergenzgeschwindigkeiten beobachten Sie?
- Lösen Sie damit das 2D Finite Differenzen Problem aus Programmieraufgabe 1c für Schrittweiten $h = 1/(n+1)$ mit $n = 10, 32, 100$. Welches Verhalten der Konvergenzgeschwindigkeiten beobachten Sie?
- Freiwillige Zusatzaufgabe:** Implementieren Sie das **Gradienten-Verfahren** für dünn besetzte Matrizen und vergleichen Sie seine Konvergenz mit der des CG-Verfahrens für einige der Beispiele.