Zentrum für Technomathematik

Prof. Dr. A. Schmidt
Dipl. math. Dipl. inf. J. Benke

Mathematische Grundlagen der Informatik I

WS 03/04 — Übung 2 — 28.10.2003
Abgabe: 04.11.2003

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Sei $M := \{f \mid f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$ die Menge der reellwertigen Funktionen auf $\mathbb{R}$ und

$$R := \{(f,g) \in M \times M \mid \text{es gibt ein } c \in \mathbb{R} \text{ so dass für alle } x \in \mathbb{R} \text{ gilt } f(x) - g(x) = c\}$$

die Menge der Paare von Funktionen, die sich nur um eine Konstante unterscheiden.
Zeigen Sie, dass R eine Äquivalenzrelation auf M ist.

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Sind die folgenden Abbildungen $f : M \to N$ auf den angegebenen Mengen injektiv, surjektiv oder bijektiv?

a) $f(x) = x^2$, $x \in M := \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$, $N := M$,

b) $f(x) = x^2$, $x \in M := \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 3\}$, $N := \{x \in \mathbb{R} \mid -9 \leq x \leq 9\}$,

c) $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls } x \leq 0, \\ 1 & \text{falls } x > 0 \end{cases}$ (die „Heaviside-Funktion“), $x \in M := \mathbb{R}$, $N := \mathbb{N} \cup \{0\}$,

d) $f(x) = \sin(\frac{1}{2}\pi x)$, $x \in M := \mathbb{Z}$, $N := \{-1, 0, +1\}$.

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Geben Sie möglichst große Teilmengen $M, N \subset \mathbb{R}$ an, zwischen denen die folgenden Zuordnungen $x \mapsto f(x)$ bijektive Abbildungen $f : M \to N$ definieren.

a) $f(x) = \sqrt{x}$,

b) $f(x) = \sin(x)$,

c) $f(x) = \cos(x)$,

d) $f(x) = \exp(x) = e^x$.

Aufgabe 8 (4 Punkte)

a) In einer Datenbank seien Paare (Artikelnummer, Artikel) gespeichert, die Datenbank sei also als eine Relation darstellbar. Sollte diese Zuordnung eine Abbildung sein? Wenn ja, sollte sie dann injektiv, surjektiv oder bijektiv sein?

b) In einer weiteren Datenbank seien Paare (Artikelnummer, Preis) gespeichert. Ist diese Zuordnung üblicherweise (zum Beispiel an der Supermarkt-Kasse) eine Abbildung, und wenn ja, injektiv, surjektiv oder bijektiv?