Zentrum für
Technomathematik

Prof. Dr. A. Schmidt
Dipl. math. Dipl. inf. J. Benke

# Mathematische Grundlagen der Informatik I

WS 2003/04 — Übung 4 — 11.11.2003
Abgabe: 18.11.2003

**Aufgabe 13** (NAND und NOR) (6 Punkte)

a) Gegeben seien folgende Definitionen:

$$\begin{aligned} A \text{ NAND } B &:= \neg(A \wedge B) \\ A \text{ NOR } B &:= \neg(A \vee B). \end{aligned}$$

Erstellen Sie die entsprechenden Wahrheitstabellen für NAND und NOR.

b) Durch NAND und NOR können nun alle logischen Relationen dargestellt werden, wie z.B.

$$\neg A = (A \text{ NAND } A) = (A \text{ NOR } A).$$

Konstruieren Sie Formeln für $\vee$, $\wedge$, $\Rightarrow$ und $\Leftrightarrow$, in denen jeweils nur NAND und NOR vorkommen und verifizieren sie die Äquivalenz der jeweiligen Formeln durch Wahrheitstabellen.

**Aufgabe 14** (Beweisverfahren) (6 Punkte)

a) Beweisen Sie die folgende Aussage direkt:
$\forall n \in \mathbb{N}$ gilt: $n$ gerade $\Rightarrow n^2$ gerade.

b) Beweisen Sie die gleiche Aussage mittels Kontraposition!

c) Beweisen Sie die folgende Aussage mittels eines indirekten Beweises:
$\forall a, b \in \mathbb{R}$ gilt: $2ab \leq a^2 + b^2$.

**Aufgabe 15** (Vollständige Induktion) (4 Punkte)

Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion folgende Aussage:
Die Potenzmenge $P(M)$ einer endlichen Menge $M$ mit $n$ Elementen besitzt $2^n$ Elemente.