Zentrum für Technomathematik

Prof. Dr. A. Schmidt
Dipl. math. Dipl. inf. J. Benke

Mathematische Grundlagen der Informatik I

WS 2003/04 — Übung 6 — 25.11.2003
Abgabe: 02.12.2003

Aufgabe 19 (IEEE Gleitkomma-Format) (4 Punkte)

a) Geben Sie die *IEEE single precision* Darstellungen der Dezimalzahl 0.6 (vgl. Aufgabe 16c) für alle vier verschiedenen Rundungsverfahren an. Wie groß ist jeweils abserr(0.6) ?

b) Geben Sie die folgenden gerundeten Summen bei Rundung zur nähesten Gleitkommazahl im binären *IEEE single precision* Format an: $64 + 2^{20}$, $64 + 2^{-20}$, $32 + 2^{-20}$, $16 + 2^{-20}$, $8 + 2^{-20}$.

Wie verändern sich die Resultate bei *Aufrundung*?

Aufgabe 20 $(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots)$ (8 Punkte)

a) Die Summe $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ soll mit Hilfe einer Fixpunktarithmetik mit (nur) einer dezimalen Nachkommastelle berechnet werden, die darstellbaren Zahlen haben also die Form $x = \pm \sum_{i=-1}^{k} a_i \cdot 10^i$.

Berechnen Sie alle nichtverschwindenden Summanden $\frac{1}{n}$ (dabei sollen alle Zahlen abgerundet werden, z.B. würde $\frac{2}{3}$ als 0.6 gerechnet) und deren Summe.

b) In einer Gleitpunktdarstellung mit einer dezimalen Stelle haben alle darstellbaren Zahlen die Form $x = \pm(0.d)_{10} \cdot 10^e$.

Berechnen Sie die notwendigen Summanden $\dfrac{1}{n}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$ bezüglich dieser Darstellung und Rundung zur nähesten Zahl, und addieren Sie so viele (in der Reihenfolge $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$) mit jeweiliger Rundung des Zwischenergebnisses, bis sich die Summe nicht mehr ändert.

Aufgabe 21 (4 Punkte)

Beweisen Sie, dass die Summe $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ nicht endlich ist (bei exakter Rechnung).

a) Zeigen Sie dazu zunächst, dass für jedes $m \in \mathbb{N}$ gilt: $\displaystyle\sum_{n=m+1}^{2m} \frac{1}{n} > \frac{1}{2}$.

b) Zeigen Sie mit Hilfe von a) dann: $\displaystyle\forall\, s \in \mathbb{N}\ \exists\, r \in \mathbb{N} : \sum_{n=1}^{r} \frac{1}{n} > s.$